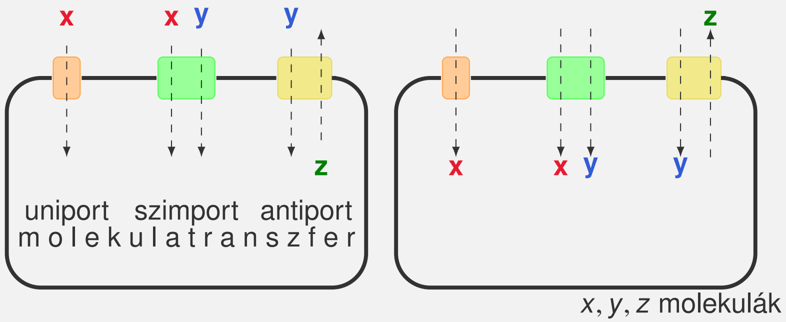
Számítási modellek

9. előadás

Szimport/antiport P-rendszerek

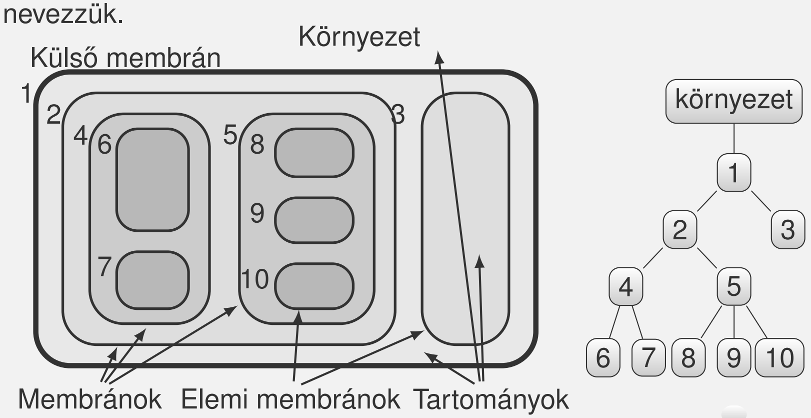
A szimport/antiport P-rendszer egy olyan bio-inspirált számítási modell, melyben az objektumok nem íródhatnak át, csak mozognak a hierarchikus membránstruktúra membránjai által elválasztott különböző régiók között.

Motiváció: Egy élő sejt membránja gátolja a molekulák szabad mozgását. Ugyanakkor lehetőség van szállítóproteinek segítségével különféle fehérjetranszferekre. A különféle transzferek lehetnek uniport, szimport, antiport típusúak.



Szimport/antiport P-rendszerek – alapfogalmak

A **membránok** fa struktúrájú hierarchiát alkotnak. Egyrészt minden membránt – a **külső membrán** kivételével – egyetlen másik membrán által határolt **régió** vesz körül, másrészt őmaga több membránt is tartalmazhat. Amennyiben egyet se tartalmaz **elemi membránnak** nezezzük. A külső membránt a **környezet** veszi körül. A régiókat és a környezetet együtt **tartományoknak** nevezzük.



Szimport/antiport P-rendszerek – szabályok

Legyenek $x, y \in O^+$ multihalmazokat reprezentáló objektumokból álló sztringek. Az objektumok tartományok közötti mozgása az alábbi szabályok szerint történhet:

- (x, in): az x multihalmaz a membránt körülvevő tartományból a membrán által határolt tartományba mozog (szimport szabály). A szabály súlya $|x|$.
- (x, out): az x multihalmaz a membrán által határolt tartományból a membránt körülvevő tartományba mozog (szimport szabály). A szabály súlya $|x|$.
- $(x, \mathrm{in}; y, \mathrm{out})$: az x multihalmaz a membránt körülvevő tartományból a membrán által határolt tartományba, míg az y multihalmaz a membrán által határolt tartományból a membránt körülvevő tartományba mozog (antiport szabály). A szabály súlya $\max\{|x|, |y|\}$.

Szimport/antiport P-rendszerek

Definíció

A **szimport/antiport P-rendszer** egy
$\Pi = \langle O, \mu, E, \omega_1, \ldots, \omega_m, R_1, \ldots, R_m, i_o \rangle$, ahol

- O egy ábécé (elemeit objektumoknak nevezzük).
- μ egy m membránból álló hierarchikus membránstruktúra. A membránok (és így a régiók is) $\{1, 2, \ldots, m\}$ elemeivel injektív módon vannak címkézve. m-et Π *fokának* nevezzük.
- $\omega_1, \ldots, \omega_m$ O feletti multihalmazokat reprezentáló sztringek, ezek rendre az $1, 2, \ldots, m$ címkéjű régióhoz vannak rendelve.
- $E \subseteq O$ a környezetben korlátlanul rendelkezésre álló objektumok halmaza.
- $R_i, 1 \leq i \leq m$ μ i-edik membránjához rendelt szimport/antiport szabályok véges halmaza.
- $i_o \in \{1, 2, \ldots, m\}$ egy elemi membrán címkéje (*kimeneti membrán*)

Szimport/antiport P-rendszerek foka és súlya

A **szimport/antiport rendszer foka** a régióinak száma.

A **szimport/antiport rendszer súlya** a rendszerben szereplő szimport és antiport szabályok maximális súlyai által adott számpár.

Ha a rendszer nem tartalmaz szimport szabályt, akkor a szimport szabályok maximális súlyát 0-nak értelmezzük (hasonlóan az antiport szabályokra).

Ha a szimport szabályok súlya a rendszerben nem korlátozott (azaz korlátlan számú objektumot mozgathatnak), akkor a rendszer szimport súlya $*$ (hasonlóan az antiport szabályokra).

Szimport/antiport P-rendszerek konfigurációi

Definíció

$(w_0, w_1, \ldots, w_m)$ a $\Pi = \langle O, \mu, E, \omega_1, \ldots, \omega_m, R_1, \ldots, R_m, i_o \rangle$ szimport/antiport rendszer **konfigurációja**, ahol $w_0 \in O^*$ a környezet $(O - E)$-beli objektumainak multihalmazát, $w_1, \ldots, w_m \in O^*$ pedig rendre az $1, \ldots, m$ régióbeli objektumok multihalmazait reprezentáló sztringek.

$(w_0, w_1, \ldots, w_m)$ **kezdőkonfiguráció**, ha $w_0 = \varepsilon$ és $w_i = \omega_i$ $(1 \leq i \leq m)$.

A szabályokat **maximálisan párhuzamos** módon kell alkalmazni. Ez pontosabban a következőket jelenti.

Szimport/antiport P-rendszer konfigurációátmenetei

Legyen M_i a w_i által reprezentált multihalmaz $(0 \leq i \leq m)$, M_0-hoz adjuk hozzá az E-beli objektumokat végtelen multiplicitással.

Egylépéses konfigurációátmenet: nemdeterminisztikusan válasszuk ki az alkalmazandó szabályok egy olyan $\mathcal{R}$ multihalmazát, amelyre a következő 2 feltétel teljesül.

(1) Az $\mathcal{R}$-beli szabályok együttesen alkalmazhatók, azaz az $\mathcal{R}$-beli szabályokra egymás után elvégezhetők az alábbi multihalmaz-kivonások:

- minden $(y,\text{out}) \in R_i$ és $(x, \text{in} ; y,\text{out}) \in R_i$ esetén: vonjuk ki az y által reprezentált multihalmazt M_i-ből
- minden $(x,\text{in}) \in R_j$ és $(x, \text{in} ; y,\text{out}) \in R_j$ esetén ahol j az i. tartomány μ szerinti egyik gyereke: vonjuk ki az x által reprezentált multihalmazt M_i-ből

  [álljon a környezet a hierarchia csúcsán és legyen a külső membrán által határolt régió az egyetlen gyereke]

Szimport/antiport P-rendszer konfigurációátmenetei

(2) $\mathcal{R}$ nem bővíthető egyetlen szabály hozzáadásával sem, azaz ha M_i' $(0 \leq i \leq m)$ az iménti kivonások után kapott multihalmazok, akkor minden nem $\mathcal{R}$-beli szabályra

- ha $(y,\text{out}) \in R_i$ akkor az y által reprezentált multihalmaz nem vonható ki M_i'-ből
- ha $(x,\text{in}) \in R_j$ és j az i. tartomány μ szerinti egyik gyereke akkor az x által reprezentált multihalmaz nem vonható ki M_i'-ből
- ha $(x,\text{in};\ y,\ \text{out}) \in R_j$ és j az i. tartomány μ szerint gyereke akkor vagy az x által reprezentált multihalmaz nem vonható ki M_i'-ből vagy az y által reprezentált multihalmaz nem vonható ki M_j'-ből

Szimport/antiport P-rendszer konfigurációátmenetei

Az egylépéses konfigurációátmenet eredménye.

Minden $\mathcal{R}$-beli szabályra:

- ha $(y,\text{out}) \in R_i$ akkor az y által reprezentált multihalmazt uniózzuk hozzá az i. régiót közvetlenül tartalmazó tartományhoz
- ha $(x,\text{in}) \in R_j$ és j az i. tartomány μ szerint gyereke akkor az x által reprezentált multihalmazt uniózzuk hozzá M_j'-höz
- ha $(x,\text{in};\ y,\ \text{out}) \in R_j$ és j az i. tartomány μ szerint gyereke akkor az x által reprezentált multihalmazt uniózzuk hozzá M_j'-höz, míg az y által reprezentált multihalmazt uniózzuk hozzá M_i'-höz.

Szimport/antiport P-rendszerek számításai

Többlépéses konfigurációátmenet: A egylépéses reflexív, tranzitív lezártja.

Megállási konfiguráció: további szabály nem alkalmazható.

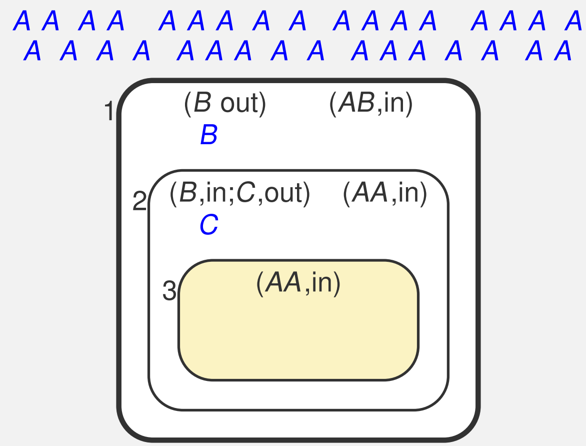
A Π szimport/antiport rendszer **számítása** egy többlépéses konfigurációátmenet a kezdőkonfigurációból valamely megállási konfigurációba.

A **számítás eredménye** bármely megállási konfiguráció esetén az i_o kimeneti membránban megjelenő objektumok száma, amelyek halmazát $N(\Pi)$-vel jelöljük.

$\text{NOP}_m(\text{sym } p, \text{ anti } q)$ jelöli a természetes számok azon halmazainak családját, amelyeket egy legfeljebb m-edfokú $(m \geq 1)$ legfeljebb p súlyú szimport és legfeljebb q súlyú antiport szabályokat használó szimport/antiport P-rendszer generál.

Ha az m, p, q paraméterek valamelyike nem korlátos, akkor a megfelelő paraméter helyére $*$-ot írunk.

Szimport/antiport P-rendszer – példa



Egy lehetséges számítás:

$(\varepsilon, B, C, \varepsilon) \vdash (B, \varepsilon, C, \varepsilon) \vdash (\varepsilon, AB, C, \varepsilon) \vdash (B, A, C, \varepsilon) \vdash$
$(\varepsilon, AAB, C, \varepsilon) \vdash (B, \varepsilon, AAC, \varepsilon) \vdash (\varepsilon, AB, C, AA) \vdash (B, A, C, AA) \vdash$
$(\varepsilon, AAB, C, AA) \vdash (\varepsilon, C, AAB, AA) \vdash (\varepsilon, C, B, AAAA)$

Ez egy (2,1) súlyú 3-adfokú rendszer. $N(\Pi) = \{A^{2n} \mid n \in \mathbb{N}\}$.

Szimport/antiport P-rendszer – tételek

Tétel

$NOP_2(sym\ 2, anti\ 2) = NRE$

Tétel

$NOP_5(sym\ 2, anti\ 0) = NRE$

Tétel

$NOP_2(sym\ 5, anti\ 0) = NRE$

Tétel

$NOP_3(sym\ 4, anti\ 0) = NRE$

Aktív membránrendszerek szabályai

Ebben a számítási modellben a membránoknak lehet egy $\alpha \in \{+, 0, -\}$ töltése. A h. membrán α töltöttségét $[_h\ ]_h^\alpha$ jelöli, a semleges, 0 töltést gyakran nem írjuk ki. A szabályok típusai a következők ($a, b \in V, v \in V^*, \alpha, \alpha_1, \ldots \in \{+, 0, -\}, h, h_1, \ldots$ membráncímkék)

(a) $[_h\ a \to v\ ]_h^\alpha$

Membránon belüli evolúciós szabály. Nincs hatása a membránra.

(b) $a\ [_h\ ]_h^{\alpha_1} \to [_h\ b\ ]_h^{\alpha_2}$

Befelé irányuló kommunikációs szabály. Objektum bevitele a h. membránon át, megváltozhat maga az objektum illetve a membrán töltése, a membrán címkéje változatlan.

(c) $[_h\ a\ ]_h^{\alpha_1} \to [_h\ ]_h^{\alpha_2}\ b$

Kifelé irányuló kommunikációs szabály. Objektum kivitele a h. membránon át, megváltozhat maga az objektum illetve a membrán töltése, a membrán címkéje változatlan.

Aktív membránrendszerek szabályai

(d) $[_h\ a\ ]_h^\alpha \to b$

Feloldó szabály. Az objektummal való reakció következtében a membrán feloldódhat, ilyenkor a reakció hatására esetleg megváltozott objektum minden egyéb feloldott membránbeli objektummal a szülő membránba kerül.

(e) $[_h\ a\ ]_h^{\alpha_1} \to [_h\ b\ ]_h^{\alpha_2} [_h\ c\ ]_h^{\alpha_3}$

Elemi membránok kettéosztására vonatkozó szabály. Az objektummal való reakció eredményeképpen a membrán két membránná válik szét, a membránok címkéi nem változnak, a polarizációjuk viszont módosulhat.

A membrán minden más objektuma 1-1 példányban átmásolódik az új membránokba. (A szabályban specifikált objektumot lehetőleg új objektumokkal helyettesítjük a két új membránban.)

Megjegyzés: Néha elemi membránok d-felé ($d \geq 2$) osztódására vonatkozó szabályokat is megengedünk.

Aktív membránrendszerek szabályai

(f) $$[_h\ [_{h_1}]_{h_1}^+ \cdots [_{h_k}]_{h_k}^+\ [_{h_{k+1}}]_{h_{k+1}}^- \cdots [_{h_\ell}]_{h_\ell}^-\ ]_h^{\alpha_1} \to [_h\ [_{h_1}]_{h_1}^\alpha \cdots [_{h_k}]_{h_k}^\alpha\ ]_h^{\alpha_2}\ [_h\ [_{h_{k+1}}]_{h_{k+1}}^\beta \cdots [_{h_\ell}]_{h_\ell}^\beta\ ]_h^{\alpha_3}$$

$(k, \ell - k > 0, \alpha, \beta, \alpha_1, \alpha_2, \alpha_3 \in \{+, 0, -\}, h, h_1, \ldots, h_\ell \in H.)$

Nem elemi membránok polarizáció alapú kettéosztására vonatkozó szabály.

A szabály alkalmazása: h-ban lehetnek $[_{h_{\ell+1}}]_{h_{\ell+1}}^0 \cdots [_{h_n}]_{h_n}^0$ további 0 polaritású membránok és objektumok, ilyenkor ezek az osztódásnál **mindkét** új membránba bekerülnek.

Az ellentétes polarizációjú membránok két új membránba kerülnek, polarizációjuk megváltozhat; az ellentétes polarizációjú membránokat mindig ezen szabály alkalmazásával különítjük el.

Aktív membránrendszerek

Definíció

Aktív P rendszernek nevezzük a $\Pi = \langle V, T, H, \mu, \omega_1, \ldots, \omega_m, R\rangle$ ($m \geq 1$) konstrukciót, ahol

- V egy ábécé (a rendszer teljes ábécéje);
- $T \subseteq V$ (a terminális ábécé);
- H a membránok címkéinek véges halmaza;
- μ a membránstruktúra, amely m membránból áll, ahol a membránok $1, 2, \ldots, m$ elemeivel nem feltétlenül injektív módon vannak címkézve; feltesszük, hogy μ minden membránja semleges polarizációjú (töltésű);
- $\omega_i, 1 \leq i \leq m$, olyan V feletti sztringek, amelyek objektumokból álló multihalmazokat reprezentálnak és μ m darab régiójához vannak rendelve;
- R a fenti (a)-(f) típusú szabályokból álló szabályrendszer.

Aktív P-rendszerek – maximális párhuzamosság

A szabályok alkalmazása nemdeterminisztikus módon maximálisan párhuzamos működési módban történik, melyet a következőképpen értelmezünk:

Minden egyes membrán és minden egyes objektum lépésenként **csak egyetlen** szabályban vehet részt.

Tehát membránon belül az objektumok szokásos módon, maximális párhuzamossággal evolválódnak az **(a)** szabály szerint, hiszen ilyen típusú szabályban membrán nem érintett.

A **(b)-(f)** szabályok közül minden egyes membrán csak egyfajtában és csak egyszer lehet érintett.

A **(b)-(f)** szabályok végrehajtását megelőzi a membránra vonatkozó evolúciós szabályok végrehajtása (**(a)** típusú szabály).

Például adott lépésben egy objektum membránon belül evolválódhat majd az adott membrán feloldódhat, ilyenkor az objektum evolúciója megelőzi a membrán feloldódását.

Aktív P-rendszerek – maximális párhuzamosság

Nem létezhet olyan szabály, melyet az adott lépésben alkalmazott szabály-multihalmazhoz hozzávéve a fentieket nem sértő szabály-multihalmazt kapnánk. Azaz, ha további objektumok tudnának még membránon belül evolválódni, vagy egy újabb membránnal történhetne **(b)-(f)** típusú lépés, akkor annak végre is kell hajtódnia.

Amikor egy membrán feloldódik, akkor szabályok nem öröklődnek a szülő membránra, R a működés során nem változik.

A legkülső membrán se osztódni, se feloldódni nem tud, de elektromosan az is tölthető.

Aktív membránrendszerek konfigurációi

Definíció

$(\mu, w_1, \ldots, w_r)$ a $\Pi = \langle V, T, H, \mu, \omega_1, \ldots, \omega_m, R\rangle$ aktív P-rendszer **konfigurációja**, ahol μ az aktuális membránstruktúra r membránnal, $w_1, \ldots, w_r \in O^*$ pedig rendre az egyes membránok által határolt régiókban levő objektumok multihalmazát reprezentáló sztring.

$(\mu, w_1, \ldots, w_m)$ **kezdőkonfiguráció**, ha μ a kezdeti membránstruktúra és $w_i = \omega_i$ $(1 \leq i \leq m)$.

A megállási konfiguráció és a teljes (azaz, nem folytatható) számítás fogalma az eddigiekhez hasonló.

A Π által generált $L(\Pi)$ nyelv alatt olyan terminális sztringek halmazát értjük, amelyhez egy teljes számítás eredményeképpen juthatunk, $N(\Pi)$ pedig az ilyen módon generált számok halmaza.

Aktív membránrendszerek számítási ereje

NOP_m(aktív, **(a)**, **(b)**, **(c)**) jelöli a természetes számok halmazainak családját, amelyek $N(\Pi)$ alakúak és amelyeket egy legfeljebb m-edfokú ($m \geq 1$) aktív membránrendszer generál, a következő szabályokat használva: **(a)** objektumok evolúciós szabályai, **(b)** befelé irányuló kommunikációs szabályok és **(c)** kifelé irányuló kommunikációs szabályok.

Tétel

NOP_3 (aktív, **(a)**, **(b)**, **(c)**) = NRE

SAT lineáris időben

Tétel

A SAT probléma a változók és a klózok számának függvényében lineáris időben megoldható aktív P-rendszerrel a következő típusú szabályokat használva: **(a)** objektumok evolúciós szabályai, **(b)** (befelé irányuló) kommunikációs szabályok, **(c)** (kifelé irányuló) kommunikációs szabályok és **(e)** elemi membránok osztódását leíró szabályok (csak 2-osztódás).

Bizonyítás: Tekintsük az $A = C_1 \wedge \cdots \wedge C_m$ n ítéletváltozót tartalmazó KNF-et, ahol $C_i = L_{i,1} \vee \cdots \vee L_{i,p_i}$ és $L_{i,j} \in \{X_k, \neg X_k \mid 1 \leq k \leq n\}$ $(1 \leq i \leq m, 1 \leq j \leq p_i)$.

Lineáris időben készítünk egy $O(n+m)$ lépésszámú $\Pi = \langle V, \{\mathrm{yes}\}, \{1,2\}, [_1 [_2]_2^0]_1^0, \varepsilon, a_1 \cdots a_n d_0, R \rangle$ aktív P-rendszert, ahol $V = \{a_i t_i, f_i \mid 1 \leq i \leq n\} \cup \{r_i \mid 0 \leq i \leq m\} \cup$ $\{c_i \mid 1 \leq i \leq m+1\} \cup \{d_i \mid 0 \leq i \leq n\}$

SAT lineáris időben

R szabályai:

(1) $[_2\, a_i\,]_2^0 \to [_2\, t_i\,]_2^0 [_2\, f_i\,]_2^0$, $\quad 1 \leq i \leq n$.

(2) $[_2\, d_k \to d_{k+1}\,]_2^0$, $\quad 0 \leq k \leq n-2$.

(3) $[_2\, d_{n-1} \to d_n c_1\,]_2^0$.

(4) $[_2\, d_n\,]_2^0 \to [_2\,]_2^+ d_n$.

(5) $[_2\, t_i \to r_{j_1} \cdots r_{j_{k(i)}}]_2^+$, ha az X_i literált épp a $C_{j_1}, \ldots C_{j_{k(i)}}$ klózok tartalmazzák ($1 \leq i \leq n$).

(6) $[_2\, f_i \to r_{j_1} \cdots r_{j_{k(i)}}]_2^+$, ha a $\neg X_i$ literált épp a $C_{j_1}, \ldots C_{j_{k(i)}}$ klózok tartalmazzák ($1 \leq i \leq n$).

(7) $[_2\, r_1]_2^+ \to [_2\,]_2^- r_1$.

(8) $[_2\, c_i \to c_{i+1}]_2^-$, $\quad (1 \leq i \leq m)$.

(9) $[_2\, r_k \to r_{k-1}]_2^-$, $\quad (1 \leq k \leq m)$.

(10) $r_1\, [_2\,]_2^- \to [_2\, r_0\,]_2^+$

(11) $[_2 c_{m+1}]_2^+ \to [_2\,]_2^+$ yes.

(12) $[_1$ yes $]_1^0 \to [_1\,]_1^0$ yes.

SAT lineáris időben

(1): létrehoz 2^n membránt, minden változókiértékeléshez 1-et.

(2)-(4): d_i segédszámláló, a c_i számláló időben való felélesztéséhez.

(5)-(6) után: minden változókiértékelés membránja pontosan azon klózok r_i jelét tartalmazza, melyeket igazra értékel, r_i annyi példányban van jelen ahány literált igazzá tesz C_i-ben.

(7)-(10): ellenőrzi a membránokra, hogy minden r_i benne van-e:

- Azok a membránok, amelyekben nincsen benne minden egyes r_i-nek legalább egy példánya előbb-utóbb blokkolódni fog (+ lesz a polaritása, és nem tartalmaz r_1-et)
- A még szóba jöhető membránok mindegyikéből pontosan 1 darab r_1 kerül ki az 1-es membránba
- Ekkor minden r_i indexe eggyel csökken (így az i. lépésben az eredeti r_i-k jelenlétét ellenőrizzük). Kinullázva a többlet r_1-eket.
- Visszakerülnek az r_1-ek a 2-es membránokba r_0-ként, +-ra állítva a polaritást, a következő iterációhoz.

SAT lineáris időben

(11)-(12): ha a c számláló $m+1$-hez ér, az azt jelent, hogy minden r_i benne volt a membránban, ekkor a rendszer kiküld egy "yes" üzenetet a környezetbe.

Összesen lineáris, $n+2m+4$ iteráció van. Q.E.D

Hamilton út lineáris időben

Tétel

A Hamilton-út probléma a gráf csúcsai számának függvényében lineáris időben megoldható aktív P-rendszerrel a következő típusú szabályokat használva: **(a)** objektumok evolúciós szabályai, **(b)** (befelé irányuló) kommunikációs szabályok, **(c)** (kifelé irányuló) kommunikációs szabályok és **(e)** elemi membránok osztódását leíró szabályok (csak d-osztódás).

Bizonyítás: Legyen $G=(N,E)$ irányított gráf, ahol $n \geq 2$, és $N=\{1,2,\dots n\}$.
Konstruálunk egy $\Pi=(V,T,H,\mu,\varepsilon,dd_0,R)$, P-rendszert aktív membránokkal, ahol

$$V=\{a_i,b_i \,|\, 1\leq i\leq n\}\cup\{r_i \,|\, 0\leq i\leq n+1\}\cup\{c_i \,|\, 0\leq i\leq n+1\}\cup \{d_i \,|\, 0\leq i\leq 2n\}\cup\{d,\mathrm{yes}\},$$

$T=\{\mathrm{yes}\}$, $H=\{1,2\}$, $\mu=[_1\,[_2\,]_2^0\,]_1^0$, és R a követketkező szabályokat tartalmazza:

Hamilton út lineáris időben

(1) $[_2 d]_2^0 \to [_2 a_1]_2^0 \cdots [_2 a_n]_2^0$, $(1\leq i\leq n)$.

(2) $[_2 d_k \to d_{k+1}]_2^0$, $(0\leq k\leq 2n-2)$.

(3) $[_2 d_{2n-1} \to d_{2n} c_1]_2^0$,

(4) $[_2 d_{2n}]_2^0 \to [_2\,]_2^+ d_{2n}$.

(5) $[_2 a_i \to r_i b_i]_2^0$, $(1\leq i\leq n)$.

(6) $[_2 b_i]_2^0 \to [_2 a_{j_1}]_2^0 \cdots [_2 a_{j_k}]_2^0$, $(1\leq i\leq n, 1\leq j_1,\dots,j_k\leq n)$,
úgy, hogy éppen $(i,j_1),\dots,(i,j_k)$ az i-ből kiinduló E-beli élek.

(7) $[_2\, r_1]_2^+ \to [_2\,]_2^- r_1$.

(8) $[_2\, c_i \to c_{i+1}]_2^-$, $(1\leq i\leq n)$.

(9) $[_2\, r_i \to r_{i-1}]_2^-$, $(1\leq i\leq n)$.

(10) $r_1\,[_2\,]_2^- \to [_2\, r_0\,]_2^+$

(11) $[_2 c_{n+1}]_2^+ \to [_2\,]_2^+$ yes.

(12) $[_1$ yes $]_1^0 \to [_1\,]_1^0$ yes.

Hamilton út lineáris időben

A d_i és c_i objektumok számlálók, a számítás végességét garantálják. Minden 2-es címkéjű objektumban a számítás során pontosan egy található belőlük és szinkronban számolnak.

Az (1)-es szabály létrehoz n darab 2-es membránt. Az a_i és b_i objektumok az i. csúcsot reprezentálják. Ha a_i b_i-re változik, akkor a következő ütemben i-ből kiinduló éleket keresünk.

Az alapötlet az, hogy (5)-(6) segítségével n hosszú sétákat állítunk elő minden lehetséges módon. Minden sétához tartozni fog egy saját 2-es membrán. Az r_i objektumok a séta korábbi csúcsai.

Hamilton út lineáris időben

Például ha $2 \rightarrow 3 \rightarrow 2 \rightarrow 5 \rightarrow 3$ egy séta és $n = 5$, akkor lesz olyan 2-es membrán, mely sorra a $dd_0, a_2d_1, r_2b_2d_2, r_2a_3d_3, r_2r_3b_3d_4, r_2r_3a_2d_5, r_2^2r_3b_2d_6, \ldots r_2^2r_3^2r_5b_3d_{10}c_1$ által reprezentált objektum multihalmazt tartalmazza. A következő lépésben lesz a membrán polaritása +. Ezzel leáll a séta hosszabbítása és jön az ellenőrző fázis.

Végül a (7)-(12) szabályok a SAT-nál látott módon ellenőrzik, hogy van-e olyan 2-es membrán, amelyik minden r_i-t tartalmaz. Ha van, akkor egy „yes" üzenetet kap a környezet legfeljebb $4n + 3$ ütem után. Q.E.D